

แบบฝึกหัดบทที่ 4

การวิเคราะห์ข้อมูล

1) ตัวเลขต่อไปนี้มีจำนวนเลขนัยสำคัญเท่าไร

- | | | |
|-------------------|---------------------------|---------------------|
| a) 107.870 | g) 0.0010 | m) 0.0607 |
| b) 1.0080 | h) 100 | n) 9966 |
| c) 22,400 | i) 1,000.027 | o) 0.0003644 |
| d) 96,500 | j) 1.780×10^5 | p) 0.008614 |
| e) 169.880 | k) 1.780×10^{-5} | q) 684.5 |
| f) 1020.3 | l) 6.023×10^{23} | r) 9004 |

คำตอบ

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a) 107.870 = 6 | j) $1.780 \times 10^5 = 4$ |
| b) 1.0080 = 5 | k) $1.780 \times 10^{-5} = 4$ |
| c) 22,400 = 5 หรือ 3 | l) $6.023 \times 10^{23} = 4$ |
| d) 96,500 = 5 หรือ 3 | m) 0.0607 = 3 |
| e) 169.880 = 6 | n) 9966 = 4 |
| f) 1020.3 = 5 | o) 0.0003644 = 4 |
| g) 0.0010 = 2 | p) 0.008614 = 4 |
| h) 100 = 3 หรือ 1 | q) 684.5 = 4 |
| i) 1000.027 = 7 | r) 9004 = 4 |

2) จงคำนวณข้อมูลต่อไปนี้โดยใช้กฎของเลขนัยสำคัญ

a) $2.50 + 0.0850 + 40.255 + 0.1254 = ?$ ตอบ **42.97**

b) $27.40 + 5.735 + 6.8164 + 0.565 = ?$ ตอบ **40.52**

c) $16.6 + 0.06018 + 7.015 + 0.14245 = ?$ ตอบ **23.8**

d) $646 + 6.46 + 64.6 + 0.646 = ?$

e) $40.3 + 0.150 + 1.254 - 25.05 = ?$

f) $1.439 + 0.3333 + 70.1 - 6.0 = ?$

g) $6.9897 + 321.04 + 2.971 + 0.225 = ?$

คำตอบ

a) $2.50 + 0.0850 + 40.255 + 0.1254 = ?$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมบูรณ์มากที่สุด คือ $2.50(\pm 0.01)$

$$\begin{array}{r} 2.50 \\ 0.08 \\ 40.26 \\ 0.13 \\ \hline 42.97 \end{array}$$

ตอบ 42.97

b) $27.40 + 5.735 + 6.8164 + 0.565 = ?$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมบูรณ์มากที่สุด คือ $27.40(\pm 0.01)$

ผลบวกของตัวเลขทั้งหมด = 40.5164

∴ คำตอบคือ 40.52

c) $16.6 + 0.06018 + 7.015 + 0.14245 = ?$

ผลการคำนวณ = 23.81763

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมบูรณ์มากที่สุด คือ $16.6(\pm 0.1)$

∴ คำตอบคือ 23.8

$$\text{d) } 646 + 6.46 + 64.6 + 0.646 = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 717.706$$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมบูรณ์มากที่สุด คือ $646(\pm 1)$

$$\therefore \text{คำตอบคือ } 718$$

$$\text{e) } 40.3 + 0.150 + 1.254 - 25.05 = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 16.654$$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมบูรณ์มากที่สุด คือ $40.3(\pm 0.1)$

$$\therefore \text{คำตอบคือ } 16.7$$

$$\text{f) } 1.439 + 0.3333 + 70.1 - 6.0 = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 65.8723$$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมบูรณ์มากที่สุด คือ 70.1 และ $6.0(\pm 0.1)$

$$\therefore \text{คำตอบคือ } 65.9$$

$$\text{g) } 6.9897 + 321.04 + 2.971 + 0.225 = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 331.2257$$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมบูรณ์มากที่สุด คือ $321.04(\pm 0.01)$

$$\therefore \text{คำตอบคือ } 331.23$$

3) จงคำนวณข้อมูลต่อไปนี้โดยใช้กฎของเลขนัยสำคัญ

$$\text{a) } \frac{2.50 \times 0.1254}{40.255 \times 0.0850} = ?$$

$$\text{b) } \frac{5.735 \times 0.565}{27.40 \times 6.8164} = ?$$

$$\text{c) } \frac{16.6 \times 0.06018}{7.015 \times 0.14245} = ?$$

$$\text{d) } \frac{646 \times 0.646}{64.6 \times 6.46} = ?$$

$$\text{e) } \frac{40.3 \times 0.150}{1.254 \times 25.050} = ?$$

$$\text{f) } \frac{(1.35 \times 10^4)(3.5 \times 10^6)}{(6.95 \times 10^4)(2.712 \times 10^6)} = ?$$

$$\begin{aligned}
 \text{g)} & \quad \frac{(2.240 \times 10^4)(9.8 \times 10^{10})}{(6.023 \times 10^{23})(1.86 \times 10^{-5})} = ? \\
 \text{h)} & \quad \frac{6.488 - 6.012}{1.250} = ? \\
 \text{i)} & \quad \frac{6.488 \times 6.012}{1.250} = ? \\
 \text{j)} & \quad \frac{(80.68)(35.46 - 1.293)(0.076)}{(3.033 - 0.0456)} = ? \\
 \text{k)} & \quad \frac{(0.0953)(79.97 - 35.46)}{(1.8754)(119.02)} = ?
 \end{aligned}$$

คำตอบ

$$\text{a)} \quad \frac{2.50 \times 0.1254}{40.255 \times 0.0850} = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 0.09162$$

ตัวเลขจุดที่มีความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 2.50

$$= \frac{\pm 0.01}{2.50} \times 100$$

$$= 0.4\%$$

$$\therefore 0.09162 \times \frac{0.01}{2.50} = 0.0003664$$

แสดงว่าตำแหน่งของความไม่แน่นอนอยู่หลังจุดทศนิยม 4 ตัว

\therefore คำตอบคือ 0.0916

$$\text{b)} \quad \frac{5.735 \times 0.565}{27.40 \times 6.8164} = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 0.017349$$

ตัวเลขจุดที่มีความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 0.565

$$= \frac{\pm 0.001}{0.565} \times 100$$

$$= 0.2\%$$

$$\therefore 0.017349 \times \frac{0.001}{0.565} = 0.0000307$$

แสดงว่าตำแหน่งของความไม่แน่นอนจะอยู่หลังจุดทศนิยม 5 ตัว

∴ คำตอบคือ 0.01735

$$c) \quad \frac{16.6 \times 0.06018}{7.015 \times 0.14245} = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 0.9997$$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 16.6

$$= \frac{0.1}{16.6} \times 100$$

$$= 0.6\%$$

$$\therefore 0.9997 \times \frac{0.1}{16.6} = 0.00602$$

แสดงว่าตำแหน่งของความไม่แน่นอนควรอยู่หลังจุดทศนิยม 3 ตัว

∴ คำตอบคือ 1.000

$$d) \quad \frac{646 \times 0.646}{64.6 \times 6.46} = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 1.000$$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 646

$$= \frac{1}{646} \times 100$$

$$= 0.16\%$$

$$\therefore 1.000 \times \frac{1}{646} = 0.001547$$

แสดงว่าตำแหน่งของความไม่แน่นอนอยู่หลังจุดทศนิยม 3 ตัว

∴ คำตอบคือ 1.000

$$e) \quad \frac{40.3 \times 0.150}{1.254 \times 25.050} = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 0.192438$$

ตัวเลขชุดที่มีความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 0.150

$$= \frac{0.001}{0.150} \times 100$$

$$= 0.67\%$$

$$0.192438 \times \frac{0.001}{0.150} = 0.00128$$

แสดงว่าตำแหน่งของความไม่แน่นอนอยู่หลังจุดทศนิยม 3 ตัว

∴ คำตอบคือ 0.192

$$f) \frac{(1.35 \times 10^3)(3.5 \times 10^6)}{(6.95 \times 10^4)(2.712 \times 10^6)} = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 0.25068$$

ตัวเลขที่แสดงความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 3.5

$$= \frac{0.1}{3.5} \times 100$$

$$= 2.9\%$$

$$\therefore 0.25068 \times \frac{0.1}{3.5} = 0.00716$$

แสดงว่าตำแหน่งที่แสดงความไม่แน่นอนจะอยู่หลังจุดทศนิยม 3 ตัว

∴ คำตอบคือ 0.251

$$g) \frac{(2.240 \times 10^4)(9.8 \times 10^{10})}{(6.023 \times 10^{23})(1.86 \times 10^{-5})} = ?$$

$$\text{ผลการคำนวณ} = 1.9595 \times 10^{-4}$$

ตัวเลขที่แสดงความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 9.8

$$= \frac{0.1}{9.8} \times 100$$

$$= 1.02\%$$

$$\therefore 1.9595 \times \frac{0.1}{9.8} = 0.0199$$

แสดงว่าตำแหน่งที่แสดงความไม่แน่นอนจะอยู่หลังจุดทศนิยม 2 ตัว

∴ คำตอบคือ 1.96×10^{-4}

$$h) \frac{6.488 - 6.012}{1.250} = ?$$

ให้คิดผลต่างก่อน $6.488 - 6.012 = 0.476$

$$\therefore \frac{0.476}{1.250} = 0.3808$$

ตัวเลขที่แสดงความไม่แน่นอนสัมพัทธ์มากที่สุด คือ 0.476

$$= \frac{0.001}{0.476} \times 100$$

$$= 0.21\%$$

$$\therefore 0.3808 \times \frac{0.001}{0.476} = 0.0008$$

\therefore คำตอบคือ 0.3808

i)	$\frac{6.488 + 6.012}{1.250} = ?$
----	-----------------------------------

ให้คิดผลรวมก่อน $6.488 + 6.012 = 12.500$

$$\frac{12.500}{1.250} = ?$$

$$= 10.000$$

$$10.000 \times \frac{0.001}{1.250} = 0.0008$$

\therefore คำตอบคือ 10.000

j)	$\frac{(80.68)(35.46 - 1.293)(0.076)}{(3.033 - 0.0456)} = ?$
----	--

คิดผลต่างก่อน $35.46 - 1.293 = 34.17$

$$3.033 - 0.0456 = 2.987$$

$$\therefore \frac{80.68 \times 34.17 \times 0.076}{2.987} = 70.14378$$

$$70.14378 \times \frac{0.001}{0.076} = 0.9229$$

\therefore คำตอบคือ 70.1

k)	$\frac{(0.0953)(79.97 - 35.46)}{(1.8754)(119.02)} = ?$
----	--

คิดผลต่างก่อน $79.97 - 35.46 = 44.51$

$$\frac{0.0953 \times 44.51}{1.8754 \times 119.02} = 0.0190036$$

$$0.0190036 \times \frac{0.0001}{0.0953} = 0.0000199$$

\therefore คำตอบคือ 0.01900

4), 5), 6) ผิดทำด้วยตนเอง

7) จากข้อมูลข้างล่างนี้จงคำนวณหา (1) ค่าเฉลี่ย, (2) ค่าเฉลี่ยของค่าเบี่ยงเบนสัมพัทธ์ในทอม ๑๐ (3) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (4) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพัทธ์ในทอม ๑๐ (5) ความผิดพลาดสัมพัทธ์ในทอม ๑๐ (6) และจงอธิบายว่าผลที่ได้ถูกต้องและแน่นอนแค่ไหน?

a) % Cl $W\&25.21, 25.46, 25.66, 25.32$ ค่าจริง = 25.41

b) % Fe ผลที่ได้ 15.24, 14.84, 15.02, 14.90 ค่าจริง = 15.30

c) % SO_3 ผลที่ได้ 30.44, 30.30, 30.60, 30.37 ค่าจริง = 30.60

d) % S ผลที่ได้ 5.067, 5.050, 5.094, 5.082 ค่าจริง = 5.083

e) % Cl ผลที่ได้ 22.21, 22.38, 22.25, 22.43, 22.37 ค่าจริง = 22.47

f) % Ca ผลที่ได้ 40.14, 39.86, 40.02, 39.92, 40.35 ค่าจริง = 39.86

g) % Mn ผลที่ได้ 6.050, 6.048, 6.068, 6.054, 6.056 ค่าจริง = 6.064

h) % S ผลที่ได้ 15.15, 15.00, 15.27, 15.21, 15.30 ค่าจริง = 15.25

คำตอบ (เฉพาะข้อ a), b) และ c))

(a)(1) ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) = $\frac{25.21 + 25.46 + 25.66 + 25.33}{4}$

% Cl เฉลี่ย = 25.42

(2)	X_i	$ X_i - \bar{X} $	$(X_i - \bar{X})^2$
	25.21	0.21	0.0441
	25.46	0.04	0.0016
	25.66	0.24	0.0576
	25.33	0.09	0.0081
	รวม	0.58	0.1114
	เฉลี่ย	0.145	

ค่าเฉลี่ยของค่าเบี่ยงเบนสัมพัทธ์

$$= \frac{0.145}{25.42} \times 1,000$$

$$= 5.70 \text{ ‰}$$

(3) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) = $\sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}$

$$= \sqrt{\frac{0.1114}{3}}$$

$$= 0.19$$

(4) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพัทธ์

$$= \frac{0.19}{25.42} \times 1,000$$

$$= 7.47 \text{ ‰}$$

(5) ความผิดพลาดสัมพัทธ์ = $\frac{(25.42 - 25.47)}{25.47} \times 1,000$

$$= -1.96 \text{ ‰}$$

(6) ความถูกต้องสามารถอธิบายในเทอมของความผิดพลาดสัมพัทธ์ แสดงว่าข้อมูลนี้จะมีความถูกต้องมากโดยที่มีข้อผิดพลาดเกิดขึ้นเพียง 1.96 ‰ และความแน่นอนจะแสดงได้จากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพัทธ์ ซึ่งมีค่า 7.47 ‰

(b)(1) ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) = $\frac{15.24 + 14.84 + 15.02 + 14.90}{4}$

$$= 15.00$$

(2)

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
-------	-----------------	---------------------

15.24	0.24	0.0576
-------	------	--------

14.84	0.16	0.0256
-------	------	--------

15.02	0.02	0.0004
-------	------	--------

14.90	<u>0.10</u>	0.0100
-------	-------------	--------

รวม	<u>0.52</u>	<u>0.0936</u>
------------	-------------	---------------

เฉลี่ย	<u>0.13</u>	
---------------	-------------	--

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยของค่าเบี่ยงเบนสัมพัทธ์} &= \frac{0.13}{15.00} \times 1,000 \\ &= 8.67 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)} &= \sqrt{\frac{0.0936}{3}} \\ &= \sqrt{0.0312} \\ &= 0.18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \text{ ค่าเฉลี่ยของค่าเบี่ยงเบนสัมพัทธ์} &= \frac{0.18}{15.00} \times 1,000 \\ &= 12.0 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \text{ ความผิดพลาดสัมพัทธ์} &= \frac{(15.00 - 15.30)}{15.30} \times 1,000 \\ &= -19.6 \% \end{aligned}$$

(6) ความถูกต้องของข้อมูลชุดนี้เกิดขึ้นน้อยมากเมื่อพิจารณาจากค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์ ซึ่งสูงถึง 19.6 % จะเห็นว่ามากกว่าข้อ (a) และความแน่นอนจะมีน้อยกว่าข้อ (a) เพราะมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพัทธ์สูงกว่า

$$\begin{aligned} (c) (1) \quad \text{ค่าเฉลี่ย } (\bar{X}) &= \frac{30.44 + 30.30 + 30.60 + 30.37}{4} \\ &= 30.43 \end{aligned}$$

(2) x_i	$ x_i - \bar{X} $	$(x_i - \bar{X})^2$
30.44	0.01	0.0001
30.30	0.13	0.0169
30.60	0.17	0.0289
30.37	<u>0.06</u>	0.0036
รวม	<u>0.37</u>	0.0495
เฉลี่ย	<u><u>0.092</u></u>	

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยของค่าเบี่ยงเบนสัมพัทธ์} &= \frac{0.092}{30.43} \times 1,000 \\ &= 3.02 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)} &= \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N-1}} \\
 &= \sqrt{\frac{0.0495}{3}} \\
 &= \sqrt{0.0165} \\
 &= 0.13
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพัทธ์} \\
 &= \frac{0.13}{30.43} \times 1,000 \\
 &= 4.27 \%
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \text{ ความผิดพลาดสัมพัทธ์} &= \frac{(30.43 - 30.60)}{30.60} \times 1,000 \\
 &= -5.56 \%
 \end{aligned}$$

(6) มีความถูกต้องน้อยกว่าข้อ (a) แต่มากกว่าข้อ (b) และมีความแน่นอนมากกว่าข้อ (a) และ (b)

8) จากโจทย์ข้อ 7 จงแสดงให้เห็นว่าค่ามากที่สุด และน้อยที่สุดของข้อมูลแต่ละชุดควรตัดทิ้งหรือไม่

คำตอบ

(a) เรียงข้อมูลตามลำดับจากน้อยไปหามาก

25.21, 25.32, 25.46, 25.66

พิจารณาค่าสูงสุด

$$\begin{aligned}
 Q_{cal} &= \frac{25.66 - 25.46}{25.66 - 25.21} \\
 &= 0.44
 \end{aligned}$$

Q_{crit} เมื่อ $n = 4$ มีค่า = 0.76

$$Q_{cal} < Q_{crit}$$

∴ ค่าสูงสุดตัดทิ้งไม่ได้

$$\begin{aligned}
 \text{พิจารณาค่าต่ำสุด } Q_{cal} &= \frac{25.32 - 25.21}{25.66 - 25.21} \\
 &= 0.24
 \end{aligned}$$

$$Q_{cal} < Q_{crit}$$

∴ ค่าต่ำสุด 25.21 ตัดทิ้งไม่ได้

(b) เรียงข้อมูลตามลำดับจากน้อยไปมาก

14.84, 14.90, 15.02, 15.24

พิจารณาค่าสูงสุด

$$Q_{cal} = \frac{15.24 - 15.02}{15.24 - 14.84}$$

$$= 0.55$$

$$Q_{cal} < Q_{crit}$$

∴ ค่าสูงสุด 15.24 ตัดทิ้งไม่ได้

พิจารณาค่าต่ำสุด

$$Q_{cal} = \frac{14.90 - 14.84}{15.24 - 14.84}$$

$$= 0.15$$

$$Q_{cal} < Q_{crit}$$

∴ ค่าต่ำสุด 14.84 ตัดทิ้งไม่ได้

(c) เรียงข้อมูลตามลำดับจากน้อยไปมาก

30.30, 30.37, 30.44, 30.60

- 9) ในการทดสอบวิธีวิเคราะห์หาปริมาณของแคลเซียม สารละลายที่นำมาวิเคราะห์เตรียมจากสารละลาย CaCO_3 ที่บริสุทธิ์ใน HCl และเติมสารตัวอื่นลงไปในสารละลาย เพื่อให้คล้ายกับสารละลายตัวอย่าง ทำสารละลายผสมนี้ให้เจือจางเป็น 500 ลบ.ซม. นำสารละลายผสมนี้มา 50 ลบ.ซม. ใน 50 ลบ.ซม. ของสารละลายนี้จะมีแคลเซียมอยู่ 400 มิลลิกรัม แต่เมื่อนำมาวิเคราะห์ได้ผลดังนี้

<u>sample no.</u>	<u>มิลลิกรัมของแคลเซียม</u>
1	398
2	396
3	398
4	392
5	393
6	401

จากข้อมูลนี้จงคำนวณหา

- ค่าเฉลี่ย (The mean)
- ความแน่นอนในเทอมของค่าเบี่ยงเบนสัมบูรณ์และสัมพัทธ์
- ค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์และสัมพัทธ์ของสารตัวอย่างที่ 1
- ค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์และสัมพัทธ์ของค่าเฉลี่ย
- ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

คำตอบ

X_i	$ X_i - \bar{X} $	$(X_i - \bar{X})^2$
398	1.67	2.7889
396	.33	0.1089
398	1.67	2.7889
392	4.33	18.7489
393	3.33	11.0889
<u>401</u>	<u>4.67</u>	<u>21.8089</u>
รวม <u>2378</u>	16.00	<u>57.3334</u>
เฉลี่ย <u>396.33</u>	<u>2.67</u>	

- ค่าเฉลี่ย (\bar{X}) = 396
- ค่าเบี่ยงเบนสัมบูรณ์ = 2.67
≈ 3

$$\begin{aligned}\text{ค่าเบี่ยงเบนสัมพัทธ์} &= \frac{2.67}{396} \times 1,000 \\ &= 7 \text{ ‰}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c) ค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ (ของตัวอย่างที่ 1)} & \\ &= 398 - 400 \\ &= -2 \text{ มิลลิกรัม}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์ (ของตัวอย่างที่ 1)} & \\ &= \frac{2}{400} \times 1,000 \\ &= 5 \text{ ‰}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{d) ค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ (ของค่าเฉลี่ย)} & \\ &= 396 - 400 \\ &= -4 \text{ มิลลิกรัม}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ค่าความผิดพลาดสัมพัทธ์ (ของค่าเฉลี่ย)} & \\ &= \frac{4}{400} \times 1,000 \\ &= 10 \text{ ‰}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{e) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน} &= \sqrt{\frac{57.3334}{5}} \\ &= \sqrt{11.4667} \\ &= 3.38 \\ &= 3\end{aligned}$$

10) ฝึกหัดทำด้วยตนเอง

11) การวิเคราะห์หาปริมาณ Fe ในน้ำมันโดยวิธีการดูดกลืนแสงของอะตอมทำการวัดทั้งหมด 30 ครั้ง ได้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) $S \rightarrow \sigma = 2.4$ ไมโครกรัมต่อลบ.ชม. จงคำนวณหา 80% และ 95% confidence interval ของการวิเคราะห์เหล็กที่ให้ผลเป็น 18.5 ไมโครกรัมต่อลบ.ชม.

ถ้ามาจาก a) การวัดครั้งเดียว b) ค่าเฉลี่ยของการวัด 2 ครั้ง

c) ค่าเฉลี่ยของการวัด 4 ครั้ง

ตอบ a) 18.5 ± 3.1 (80% c.l.)

18.5 ± 4.7 (95% c.l.)

คำตอบ

a) 80% confidence limit for $\mu = x \pm z\sigma$

$$= 18.5 \pm 1.29 \times 2.4$$

$$= 18.5 \pm 3.1$$

95 % confidence limit for $\mu = 18.5 \pm 1.96 \times 2.4$

$$= 18.5 \pm 4.7$$

b) 80 % confidence limit for $\mu = \bar{X} \pm \frac{Z\sigma}{\sqrt{N}}$

$$= 18.5 \pm \frac{1.29 \times 2.4}{\sqrt{2}}$$

$$= 18.5 \pm 2.2$$

95 % confidence limit for $\mu = 18.5 \pm \frac{1.96 \times 2.4}{\sqrt{2}}$

$$= 18.5 \pm 3.3$$

c) 80 % confidence limit for $\mu = 18.5 \pm \frac{1.29 \times 2.4}{\sqrt{4}}$

$$= 18.5 \pm 1.6$$

95 % confidence limit for $\mu = 18.5 \pm \frac{1.96 \times 2.4}{\sqrt{4}}$

$$= 18.5 \pm 2.4$$

12) ผิด หักทำด้วยตนเอง

13) ในการวิเคราะห์หาซัลเฟอร์ (S) ในน้ำมันคีโรซีน (kerosene) ได้ผลดังนี้ %S = 0.724, 0.693, 0.755 จงคำนวณหาค่า 95% confidence limit ของค่าเฉลี่ยในการวิเคราะห์นี้

ตอบ S = 0.031, 95% c.l. = 0.72 ± 0.077

คำตอบ

$$\text{ค่าเฉลี่ย \% S} = \frac{0.724 + 0.693 + 0.755}{3}$$

$$= 0.724$$

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{(0)^2 + (-0.031)^2 + (0.031)^2}{2}}$$

$$= \pm 0.031$$

$$\begin{aligned}
 95\% \text{ confidence limit for } \mu &= \bar{X} \pm \frac{tS}{\sqrt{N}} \\
 &= 0.724 \pm \frac{4.30 \times 0.031}{\sqrt{3}} \\
 &= 0.724 \pm 0.077
 \end{aligned}$$

14) สารตัวอย่างเลือดของคนไข้เมื่อนำมาวิเคราะห์หาปริมาณแคลเซียมได้ผลดังนี้ มิลลิกรัมสมมูลของ Ca ต่อ ลบ.คม. = 3.15, 3.25, 3.26 ให้คำนวณหา 95% confidence limit ของค่าเฉลี่ยของข้อมูลนี้

สมมติว่า

- a) ไม่ทราบความแน่นอนของการวิเคราะห์มาก่อน
 b) $S \rightarrow \sigma = 0.05$ มิลลิกรัมสมมูล Ca ต่อ ลบ.คม.

คำตอบ

$$\begin{aligned}
 \text{a) ค่าเฉลี่ย} &= \frac{3.15 + 3.25 + 3.26}{3} \\
 &= 3.22 \\
 S &= \frac{(0.07)^2 + (0.03)^2 + (0.04)^2}{2} \\
 &= \pm 0.061
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 95\% \text{ confidence limit for } \mu &= \bar{X} \pm \frac{tS}{\sqrt{N}} \\
 &= 3.22 \pm \frac{4.30 \times 0.061}{\sqrt{3}} \\
 &= 3.22 \pm 0.15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 95\% \text{ confidence limit for } \mu &= 3.22 \pm \frac{1.96 \times 0.05}{\sqrt{3}} \\
 &= 3.22 \pm 0.06
 \end{aligned}$$

15) ต้องทำการวัดทั้งหมดกี่ครั้งในการวิเคราะห์เหล็กของโจทย์ข้อ 11 เพื่อที่จะทำให้ 95% และ 99% confidence interval ลดลงเหลือ ± 2.0 ไมโครกรัมของ Fe ต่อ ลบ.ซม.

- ตอบ a) 95% c.l., $N=6$
 b) 99% c.l., $N=10$

คำตอบ

$$95\% \text{ confidence interval} = \pm \frac{Z d}{\sqrt{N}}$$

$$\pm 2.0 = \pm \frac{1.96 \times 2.4}{\sqrt{N}}$$

$$\sqrt{N} = 2.352$$

$$N \cong 6 \quad \text{ครั้ง}$$

$$99\% \text{ confidence interval} = \pm \frac{Z d}{\sqrt{N}}$$

$$\pm 2.0 = \pm \frac{2.58 \times 2.4}{\sqrt{N}}$$

$$\sqrt{N} = 3.096$$

$$N \cong 10 \quad \text{ครั้ง}$$

16) ในการวิเคราะห์หาเตตระเอธิลเลด (TEL) ในน้ำมันก๊าดโซลีนพบว่ามีความเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 0.020 ลบ.ซม. ของ TEL ต่อ 1 แกลลอน ถ้า $S \rightarrow \sigma = 0.0020$ ต้องทำการวิเคราะห์กี่ครั้งจึงจะทำให้

1. ที่ระดับความมั่นใจ 99% มีค่าเท่ากับ ± 0.03 ลบ.ซม. ต่อแกลลอน
2. ที่ระดับความมั่นใจ 95% มีค่าเท่ากับ ± 0.03 ลบ.ซม. ต่อแกลลอน
3. ที่ระดับความมั่นใจ 90% มีค่าเท่ากับ ± 0.015 ลบ.ซม. ต่อแกลลอน

คำตอบ

1) ที่ระดับความมั่นใจ 99%

$$\text{confidence interval} = \pm \frac{Z d}{\sqrt{N}}$$

$$0.03 = \pm \frac{2.58 \times 0.020}{\sqrt{N}}$$

$$\sqrt{N} = 1.72$$

$$\therefore N = 3 \quad \text{ครั้ง}$$

2) ที่ระดับความมั่นใจ 95%

$$0.03 = \pm \frac{1.96 \times 0.020}{\sqrt{N}}$$

$$\sqrt{N} = 1.31$$

$$\therefore N = 2 \quad \text{ครั้ง}$$

3) ที่ระดับความมั่นใจ 90%

$$0.015 = \pm \frac{1.64 \times 0.02}{\sqrt{N}}$$

$$\sqrt{N} = 2.19$$

$$\therefore N = 5 \quad \text{ครั้ง}$$

17) ใช้วิธีการของ Q_{test} ทดสอบค่าที่ผิดปกติ ว่าควรจะนำมาคำนวณหาค่าเฉลี่ยหรือควรตัดทิ้ง

a) 41.37, 41.61, 41.134, 41.70

b) 7.300, 7.204, 7.388, 7.292

c) 85.10, 84.62, 84.70

d) 85.10, 84.62, 84.65, 84.70

ตอบ a) นำมาคิด

b) ตัดทิ้ง

คำตอบ (เฉพาะข้อ a) และ b))

a) ค่าที่ผิดปกติคือ ค่า 41.37

ค่าสูงสุดคือค่า 41.84

ค่าต่ำสุดคือค่า 41.37

$$Q_{cal} = \frac{41.61 - 41.37}{41.84 - 41.37}$$

$$= 0.51$$

Q_{crit} เมื่อ $n = 4$ มีค่า = 0.76

$$Q_{cal} < Q_{crit}$$

\therefore ค่าที่ผิดปกติตัดทิ้งไม่ได้

b) ค่าที่ผิดปกติคือ 7.388

ค่าสูงสุดคือ 7.388

ค่าต่ำสุดคือ 7.284

$$Q_{cal} = \frac{7.388 - 7.300}{7.388 - 7.284}$$

$$= 0.85$$

$$Q_{cal} > Q_{crit}$$

∴ ค่าที่ผิดปกติตัดทิ้งได้

18), 19) ผิดทำด้วยตนเอง

20) ให้จัดความผิดพลาดต่อไปนี้เป็นชนิดใด

(1) determinate personal, (2) determinate instrumental

(3) determinate method (4) indeterminate person

(5) indeterminate instrumental หรือ indeterminate conditions

คำตอบ

ถาม	ตอบ
a) จุดสมมูลไม่เท่ากับจุดยุติ	3
b) อ่านค่าจากบิวเรตได้ 15.63 ซึ่งค่าจริงเท่ากับ 15.65	4
c) อ่านน้ำหนักที่ชั่งได้เป็น 13.5692 ซึ่งน้ำหนักที่แท้จริงคือ 13.6592	1
d) ไม่ได้ปรับเครื่องชั่งให้สมดุลก่อนชั่ง	2
e) อ่านค่าจากบิวเรตได้ 15.63 ซึ่งค่าที่แท้จริงคือ 14.37	5
g) ใช้ปิเปตที่ไม่ได้ทดสอบขนาด (calibrate)	2
g) มีการเปลี่ยนแปลงขณะชั่งสารที่สามารถดูความชื้นได้	3
h) มีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิขณะไทเทรต	3
i) ใช้ 1:10 HCl แทนที่จะใช้ 1:1 HCl	3
j) ใช้ HNO ₃ แทน H ₂ SO ₄	3
k) คู่มือของการไทเทรตผิดพลาด	1
l) จุดยุติเห็นก่อน 0.03 ลบ.ชม.	5
m) จุดยุติเห็นหลังจากเดิมเกินไป 10 หยด	5
n) ชั่งครุชิลขณะร้อน	3
o) ชั่งสาร 5 กรัม ไม่ชั่งอย่างละเอียด 5.000 กรัม	1

21) จงคำนวณหาค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ของผลที่ได้จากการคำนวณต่อไปนี้

$$\text{a) } y = 100.20 (+0.08) - 99.62 (+0.06) + 0.200 (-0.004) = 0.780$$

$$\text{b) } y = 0.0010(-0.0005) \times 18.10(+0.02) \times 200(+1) = 3.62$$

$$\text{c) } y = [33.33 (+0.03)]^3 = 12.3407 \times 10^5$$

$$\text{d) } y = \frac{100 (+1)}{2(-1)} = 50$$

คำตอบ

$$\begin{aligned} \text{a) } \Delta y &= \Delta a - \Delta b + \Delta c \\ &= (+0.08) - (+0.06) + (-0.004) \\ &= 0.016 \\ y &= 0.78 (+0.02) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\Delta y}{y} &= \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} \\ &= \left(\frac{-0.0005}{0.0010} \right) + \left(\frac{+0.02}{18.10} \right) + \left(\frac{1}{200} \right) \\ &= (-0.05) + (+0.0011) + (0.005) \\ &= -0.044 \\ \Delta y &= -0.044 \times 3.62 \\ &= -0.16 \\ &\cong -0.2 \\ \therefore y &= 3.6(-0.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{\Delta y}{y} &= 3 \frac{\Delta a}{a} \\ &= 3 \left(\frac{+0.03}{33.33} \right) \\ &= +0.0027 \\ \Delta y &= +0.0027 \times 12.3407 \times 10^5 \\ &= +0.0333 \times 10^5 \\ \therefore y &= 12.34(+0.03) 10^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \frac{\Delta y}{Y} &= -\frac{\Delta a}{a} - \frac{\Delta b}{b} \\
 &= \left(\frac{+1}{100}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) \\
 &= 0.01 + 0.5 \\
 &= 0.51 \\
 \Delta y &= 50 \times 0.51 \\
 &= 25.5 \\
 \therefore y &= 50 (+26)
 \end{aligned}$$

22) จงคำนวณหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมบูรณ์ ของผลที่ได้จากการคำนวณต่อไปนี้
คำตอบต้องรักษาเลขนัยสำคัญด้วย (ตัวเลขที่แสดงในวงเล็บคือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมบูรณ์ ของตัวเลขแต่ละชุด)

$$\text{a) } y = 6.75 (\pm 0.03) + 0.843 (\pm 0.001) - 7.021 (\pm 0.001) = 0.572$$

$$\text{b) } y = 19.97 (\pm 0.004) + 0.0030 (\pm 0.0001) + 1.29 (\pm 0.08) = 21.263$$

$$\text{c) } y = 67.1 (\pm 0.3) \times 1.03 (\pm 0.02) \times 10^{-17} = 6.9113 \times 10^{-16}$$

$$\text{d) } y = 243 (\pm 1) \times \frac{760 (\pm 2)}{1.006 (\pm 0.006)} = 183578.5$$

$$\text{e) } y = \frac{143 (\pm 6) - 64 (\pm 3)}{1249 (\pm 1) + 77 (\pm 8)} = 5.9578 \times 10^{-2}$$

$$\text{f) } y = \frac{1.97 (\pm 0.01)}{243 (\pm 3)} = 8.106996 \times 10^{-3}$$

$$\text{g) } y = [9.6 (\pm 0.2)]^3 = 884.736$$

$$\text{h) } y = [1.03 (\pm 0.04) \times 10^{-6}]^{1/3} = 4.6875 \times 10^{-6}$$

$$\text{i) } y = [-1.02 (\pm 0.02) \times 10^{-7}] - [3.54 (\pm 0.2) \times 10^{-8}] = -1.374 \times 10^{-7}$$

คำตอบ

$$\begin{aligned}
 \text{a) } s_y &= \sqrt{S_a^2 + S_b^2 + S_c^2} \\
 &= \sqrt{(0.03)^2 + (0.001)^2 + (0.001)^2} \\
 &= 0.03 \\
 \therefore y &= 0.57 \pm 0.03
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } S_y &= \sqrt{(0.04)^2 + (0.0001)^2 + (0.08)^2} \\
 &= 0.09 \\
 \therefore y &= 21.26 \pm 0.09
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \frac{S_y}{y} &= \sqrt{\left(\frac{S_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{S_b}{b}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{0.3}{67.1}\right)^2 + \left(\frac{0.02}{1.03}\right)^2} \\
 &= \sqrt{0.199 \times 10^{-4} + 3.77 \times 10^{-4}} \\
 &= 0.02 \\
 S_y &= 0.02 \times 6.913 \times 10^{-16} \\
 &= 0.138 \times 10^{-16} \\
 &= 0.1 \times 10^{-16} \\
 \therefore y &= 6.9 (\pm 0.1) \times 10^{-16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } Y &= 1.84 \times 10^5 \\
 \frac{S_y}{y} &= \sqrt{\left(\frac{1}{243}\right)^2 + \left(\frac{2}{760}\right)^2 + \left(\frac{0.006}{1.006}\right)^2} \\
 &= \sqrt{16.9 \times 10^{-6} + 6.9 \times 10^{-6} + 35.5 \times 10^{-6}} \\
 &= 7.6 \times 10^{-2} \\
 &= 0.0076 \\
 S_y &= 0.0076 \times 183578.5 \\
 &= 1395.19 \\
 &= 0.01 \times 10^5 \\
 \therefore y &= 1.84 (\pm 0.01) \times 10^5
 \end{aligned}$$

e) หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของเศษ

$$\begin{aligned}
 S_a &= \sqrt{(6)^2 + (3)^2} \\
 &= 6.7 \\
 &\approx 7
 \end{aligned}$$

หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของส่วน

$$S_b = \sqrt{(1)^2 + (8)^2}$$

$$= 8.06$$

$$\approx 8$$

$$y = \frac{79(\pm 7)}{1326(\pm 8)}$$

$$\begin{aligned} \frac{S_y}{y} &= \sqrt{\left(\frac{7}{79}\right)^2 + \left(\frac{8}{1326}\right)^2} \\ &= \sqrt{78.5 \times 10^{-4} + 0.363 \times 10^{-4}} \\ &= 8.9 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

$$S_y = 8.9 \times 10^{-2} \times 5.9578 \times 10^{-2}$$

$$= 0.5 \times 10^{-2}$$

$$y = 6.0(\pm 0.5) \times 10^{-2}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } \frac{S_y}{y} &= \sqrt{\left(\frac{0.01}{1.97}\right)^2 + \left(\frac{3}{243}\right)^2} \\ &= \sqrt{0.257 \times 10^{-4} + 1.52 \times 10^{-4}} \\ &= 1.3 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

$$S_y = 1.3 \times 10^{-2} \times 8.106996 \times 10^{-3}$$

$$= 0.1 \times 10^{-3}$$

$$\therefore y = 8.1(\pm 0.1) \times 10^{-3}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \frac{S_y}{y} &= 3 \frac{S_a}{a} \\ &= 3 \times \frac{0.2}{9.6} \\ &= 0.062 \end{aligned}$$

$$S_y = 0.062 \times 884.736$$

$$= 55$$

$$\approx 0.6 \times 10^2$$

$$y = 8.8(\pm 0.6) \times 10^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{h) } \quad \frac{S_y}{y} &= \frac{1}{3} \frac{S_a}{a} \\
 &= \frac{1}{3} \left(\frac{0.04}{1.03} \right) \\
 &= 0.013
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_y &= 0.013 \times 4.6875 \times 10^{-6} \\
 &= 0.06 \times 10^{-6}
 \end{aligned}$$

$$\therefore y = 4.69 (\pm 0.06) \times 10^{-6}$$

$$\begin{aligned}
 \text{i) } \quad y &= -1.02 (\pm 0.02) \times 10^{-7} - 0.354 (\pm 0.02) \times 10^{-7} \\
 &= -1.374 \times 10^{-7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_y &= \sqrt{(0.02)^2 + (0.02)^2} \\
 &= 0.03
 \end{aligned}$$

$$\therefore y = 1.37 (\pm 0.03) \times 10^{-7}$$

23), 24), 25) ฝึกหัดทำด้วยตนเอง

แบบฝึกหัดเพิ่มเติมบทที่ 4

- Analysts A and B reported the following percentages of iron in the same sample :A: 20.48, **20.55, 20.58, 20.60**, 20.53 and **20.50**; B: 20.44, 20.64, 20.56, 20.70, 20.38 and 20.52. For each set of results, calculate the mean, average deviation, relative average deviation (**ppt**), and standard deviation, Also calculate the 99% confidence intervals, from the standard deviation, What can you say about the work of the two analysts ?
- The Bureau of standard's value for the percentage of iron in the sample in Problem 1 is 20.45%. Calculate the absolute and relative errors of analysts A and B.
- A student obtained the following **results** for the normality of a solution: 0.1031, 0.1033, 0.1032, and 0.1040. (a) Can the last result be rejected according to the Q-test ? (b) **What value** should be used for the normality ? (c) Calculate the 99% confidence interval of the mean.
- A student obtained the following results for the percentage chloride in a sample: 30.44, 30.52, 30.60, and 30.12. (a) Can the last result be rejected according to the Q-test ? (b) What value should be used for the percentage chloride in the sample ? (c) Calculate the 95% confidence interval of the mean.
- A student obtained the following three results for the normality of a solution: 0.1043, 0.1041, and 0.1045. What is (a) the highest and (b) the lowest value a fourth result could be without being discarded by the Q-test ?
- A student obtained the following values for the normality of a solution: 0.1141, 0.1140, 0.1148, and 0.1142. Can the third result be discarded by the Q-test ? A fifth result was run and a value of 0.1141 was obtained. Can the third result now be discarded ? Explain.
- A student obtained the following results for the percentage chloride in a sample.

g sample	% Chloride
0.5372	21.64
0.5168	21.62
0.6425	21.66
0.4235	21.58
- It is Calculate the 95% confidence interval of the mean known from past experience that the standard deviation for a method used to determine manganese in an ore is 0.12. A **sample** is analyzed by this method, giving a result of 9.56% manganese. Calculate the confidence interval of the mean if the analysis is based on (a) a single determination, (b) four determinations, and (c) nine determinations.

9. a) The uncertainty in each reading on an analytical balance is ± 0.1 mg. How large a sample should be taken for analysis so that the uncertainty in the sample weight is no more than 1 ppt ?
- b) The uncertainty in each reading of a buret is ± 0.02 ml. How large a volume should be used in a titration so that the uncertainty in the volume is no more than 1 ppt ?
10. Repeat Problem 9 for the following condition: (a) micro balance is used; the uncertainty in each reading being ± 0.001 mg. (b) A microburet is used; the uncertainty in each reading being ± 0.002 ml.
11. The reading on a rough balance can be made to within ± 1 g. How large a sample should be taken for analysis to insure an uncertainty of no more than 1% ?
12. Assuming an uncertainty of ± 1 in the last digit, how should the number **50** be expressed to indicate an uncertainty no more than (a) **1%**, (b) **0.2%**, (c) **0.1%**, and (d) 5% ?
13. The error in an analysis is known to be at least 1%. A 0.4 g. sample is to be analyzed. What is the maximum uncertainty that can be allowed in the sample weight so that the relative error is no more than 1% ?
14. How many significant figures does each of the following numbers contain ? (a) 0.003080; (b) 6.023×10^{23} ; (c) **96,500**; (d) 4.80×10^{-10} ; (e) 999; (f) 1000.
15. Calculate the following properly, giving the maximum uncertainties.
- (a) **$(10.54 \pm 0.04) + (18.26 \pm 0.02) - (8.35 \pm 0.03)$**
- (b) **$\frac{(10.12 \pm 0.02) \times (5.06 \pm 0.02)}{2.50 \pm 0.01}$**
16. Express the results of the following calculations using only significant figures:
- a) **$\frac{2.52 \times 4.10 \times 15.04}{6.15 \times 10^4}$**
- b) **$\frac{3.10 \times 21.14 \times 5.10}{0.001120}$**
- c) **$\frac{51.0 \times 4.03 \times 10^{-4}}{2.512 \times 0.002034}$**
- d) **$\frac{0.0324 \times 8.1 \times 2.12 \times 10^2}{0.00615}$**
- e) **$213.44 + 4.4 + 0.3244$**
17. How should be percentage of (a) Cl in **AgCl** and (b) Fe in **Fe₂O₃** be properly expressed, assuming that the uncertainties in the atomic weights of the elements are ± 1 in the last decimal ?
18. A student analyzed a sample of soda ash weighting 0.4240 g. which contained 50.00% **Na₂CO₃**. He used 40.10 ml of 0.1009 N acid for titration. (The equivalent weight of **Na₂CO₃** is 53.60) Calculate (a) the absolute error, (b) the relative error in ppt.
19. A student analyzed a sample for chloride by **precipitating** and weighing **AgCl**. A **1.000 - g** sample gave him 0.8090 g sample of **AgCl**.
- (a) Calculate the percentage of chloride in the sample
- (b) If the student by mistake used the atomic weight of Cl as 35.345 instead of the correct value of 35.453, what was his relative error in ppt ?